Prof. Dr. Alfred Toth

Sind Peirce-Zahlen transfinit?

Über die spezifische Natur der von mir als Peirce-Zahlen bezeichneten, von Bense so genannten Primzeichen (1981, S. 17 ff.) gibt es bisher genau 3 Vorschläge:

1. Das Zeichen umfasst 3 verschiedene Peirce-Zahlen

1.1. Triadische Peirce-Zahlen

tdP: z.B. $(1.1) \rightarrow (2.1) \rightarrow (3.1)$

$\sigma(a.1) = ((a+1).1)$

Ordnung: (a.b c.d e.f) mit $a > c > e$

1.2. Trichotomische Peirce-Zahlen

ttP: z.B. $(1.1) \rightarrow (1.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(1.a) = (1.(a+1))$

Ordnung: (a.b c.d e.f) mit $b \leq d \leq f$

1.3. Diagonale Peirce-Zahlen

dgP_H: $(1.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (3.3)$

$\sigma(a.b)_H = ((a+1).(b+1))$

dgP_N: $(3.1) \rightarrow (2.2) \rightarrow (1.3)$

$\sigma(a.b)_N = ((a\pm1).(b\pm1))$

Ordnungen: (a.a b.b c.c) mit $(a.a) \ll (b.b) \ll (c.c)$ bzw. $(a.a) \gg (b.b) \gg (c.c)$

(a.b c.c b.a) mit $(a.b) <> (c.c) <> (b.a)$

2. Das Zeichen als komplexe Zahl

Dieser an sich hoch interessante Vorschlag ist leider nie ausgearbeitet worden. Es wurzelt im Grunde wohl in der Idee de Saussures (1967, S. 140 ff.), die Zeichen negativ zu definieren. Explizit wurde der Vorschlag, das Zeichen als komplexe Zahl, d.h. mittels der Definition $z = a + bi$, zu bestimmen, von Frank (2000) formuliert, vgl. auch Toth (2004). Das würde bedeuten, dass man von einer binären Relation bzw. Funktion ausgeht, und zwar mit einer reellen Domäne und einer imaginären Codomäne. Das könnte man dahingehend interpretieren, diese Funktion als Abbildung eines Objektes auf ein Zeichen, d.h. als Semiose zu interpretieren: $\Omega \rightarrow ZR$, wobei dann die abzubildenden Objekte als "reell“, die abgebildeten Zeichen aber als „imaginär“ zu betrachten wären.

3. Das Zeichen als transfinite Zahl

Der dritte, bisher unpublizierte, Vorschlag, bedeutet, die Peirce-Zahlen als transfinit aufzufassen. Vgl. die folgende Gegenüberstellung einiger Gesetze der transfiniten Kardinalzahl-Arithmetik (vgl. z.B. Conway/Guy 1995, S. 280 f.) mit denjeningen, die innerhalb einer Zeichen- und Objektarithmetik zu gelten scheinen:

$$\aleph_0 + n = n + \aleph_0 = \aleph_0$$

Da wir für die Alefs Zeichen gesetzt haben, müssen wir für die natürlichen Zahlen Objekte setzen. Wir bekommen daher

$$ZR + \Omega = \Omega + ZR = ZR$$

Beispiel: „symphysische Verwachsung“ (Bühler) von Zeichen und Objekt entweder zu Zeichenobjekt oder zu Objektzeichen. Das Ergebnis ist in beiden Fällen ein „semiotisches Objekt“ (Bense ap. Walther 1979, S. 122 f.), also ein Zeichen.

$$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$$

$$ZR + ZR = ZR$$

Wie bereits in Toth (2009) bemerkt, ändert sich nichts, ob z.B. an einer Strassenkreuzung 1, 2 oder 15 Stoppschilder aufgestellt werden.

$\aleph_0 \cdot n = \aleph_0 = n \cdot \aleph_0 = \aleph_0$

Ist wegen

$\aleph_0 + n = n + \aleph_0 = \aleph_0$ (Ersetzung der Multiplikation durch Addition) korrekt.

$\aleph_0 = \aleph_0^n$

Ist wegen Ersetzung der Potenzierung durch Multiplikation korrekt.

$\aleph_0^{\aleph 0} = n^{\aleph 0}$

Ist wegen der vorherigen Gleichung und wegen $\aleph_0 \cdot n = \aleph_0 = n \cdot \aleph_0 = \aleph_0$ korrekt.

Zeichen und Objekt erfüllen also die arithmetischen Gesetze transfiniter Zahlen und können deswegen als solche aufgefasst werden. Dass sie Gesetzen folgen, die unter den quantiativen Zahlen nur unendlichen Mengen vorbehalten sind, dürfte an dem zeicheninternen Interpretanten liegen, der die Selbstreproduktion der Zeichen bewirkt.

Dieses erstaunliche Ergebnis ist auch deshalb bemerkenswert, weil die Zeichen im Gegensatz zu den Objekten nämlich die finiten arithmetischen Gesetze NICHT erfüllen. Wenn ich 1 Apfel und 1 Apfel addiere, bekomme ich 2 Äpfel, d.h. ich habe mehr als zuvor (mit einem Apfel). Wenn ich aber 2 Polizeimützen trage, fällt das zwar auf, aber ich bin deswegen doch nur ein einziges Mal Polizist. Man beachte, dass speziell bei den semiotischen Objekten wie Wegweiser, Stoppschildern usw. bei der Addition nur die (objektalen) Zeichenträger addierbar sind: Wenn an der Kreuzung zwei Stoppschilder stehen statt einem, so sind es zwar material zwei Objekte, aber die Bedeutung, d.h. die semiotische Handlungsanweisung „Anhalten!“, wird durch die Verdoppelung nicht verändert.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, John Horton/Richard K. Guy, The Book of Numbers. Now York 1995

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. Ein axiomatisch-interlinguistischer Beitrag zum Aufbau der Eurologie als künftigem Schulfach. In: Germanistische Beiträge 14, 2000 (= Festschrift für Horst Schuller)

Toth, Alfred, Linguistische Grundlagen des Hermannstädter Programms. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 45/2, 2004, S. 69-80

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Kl.%20Peirce-Z-Arithm..pdf (2009)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

12.4.2011